

Resumo sobre Derivadas

Prof. Me. Murilo Leal

13 de março de 2023

1 Introdução

A derivada é uma medida da taxa de variação de uma função em relação a uma variável independente. Ela é usada em muitas áreas da matemática e da ciência para descrever como uma grandeza muda em resposta a mudanças em outra grandeza relacionada. A derivada é calculada como o limite de uma razão incremental quando o tamanho do incremento se aproxima de zero.

2 Definição

A derivada de uma função $f(x)$ em relação a x é definida como:

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (1)$$

Essa definição representa a taxa de variação instantânea de $f(x)$ em relação a x .

3 Exemplos

Aqui estão alguns exemplos de como calcular derivadas:

3.1 Função linear

Considere a função $f(x) = 3x + 5$. A derivada dessa função é:

$$\begin{aligned} \frac{df(x)}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x+h) + 5 - (3x + 5)}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x+h) + 5 - 3x - 5}{h} = \end{aligned}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x + 3h - 3x}{h} = 3$$

A derivada de uma função linear é sempre constante.

3.2 Função quadrática

Considere a função $f(x) = x^2 + 2x + 1$. A derivada dessa função é:

$$\begin{aligned} \frac{df(x)}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 + 2(x+h) + 1 - (x^2 + 2x + 1)}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 2x + 2h + 1 - x^2 - 2x - 1}{h} = 2x + 2 \end{aligned}$$

A derivada de uma função quadrática é uma função linear.

3.3 Função cúbica

Considere a função $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$. A derivada dessa função é:

$$\begin{aligned} \frac{df(x)}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 + 2(x+h)^2 + (x+h) + 1 - (x^3 + 2x^2 + x + 1)}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 + 2x^2 + 4xh + 2h^2x + x + h + 1 - x^3 - 2x^2 - x - 1}{h} = \\ &= 3x^2 + 4x + 1 \end{aligned}$$

A derivada de uma função cúbica é uma função quadrática.